

II. Equações lineares não homogêneas.

Considere equações lineares e de 2.º de grau com coeficientes constantes homogêneas com duas variáveis. Sejam $y = u$ a solução geral de

$$y'' + ay' + by = 0 \quad (31)$$

Sejam $y = v$ alguma solução particular de

$$y'' + ay' + by = f(x) \quad (32)$$

Então: $y = u + v$ é uma solução da eq. (32), porque

$$y'' + ay' + by = (u+v)'' + a(u+v)' + b(u+v)$$

$$\begin{aligned} y'' + ay' + by &= (u'' + av' + bv) + (u'' + au' + bu) \\ &= 0 + f(x) \end{aligned}$$

Como u contém as constantes arbitrárias c_1 e c_2 , as constantes $u + v$ satisfazem as condições iniciais gerais (32). A função u é a função complementar e as partes integrais particulares da eq. (32).

Exemplos

4) Resolver a equação $y'' + 5y' + 6y = x^2 + 2x$

$$y = e^{px} \Rightarrow p^2 + 5p + 6 = (p+3)(p+2) = 0$$

$$p_1 = -3 \text{ e } p_2 = -2.$$

Portanto, a função complementar é

$$u = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-2x}$$